Exponentielles Wachstum	Beschränktes Wachstum
$$f(t)=c\cdot e^{kt}$$ K > 0: Wachstum k < 0: Zerfall Anfangswert oder Anfangsbestand: $f(0)=c$ $T_H=\frac{ln0,5}{k}$ $oder\ T_V=\frac{ln2}{k}$	$$f(t)=S-c\cdot e^{-kt}$$ k ist immer positiv! S = Schranke, S – f(t) = Sättigungsmanko Anfangsbestand: $f(0)=S-c$ $oder\ c=S-f(0)$
<u>Differenzialgleichung (DGL)</u> $$f'(t)=k\cdot f(t)$$ Die Wachstumsgeschwindigkeit (oder die momentane Änderungsrate) ist proportional zum Bestand. Lösung der DGL: $f(t)=c\cdot e^{kt}$ <u>Kennzeichen des exponentiellen Wachstums</u>: $$\frac{f(t+1)}{f(t)}=konstant$$ Der Quotient aufeinanderfolgender Bestände ist (annähernd) konstant. Somit kann man Messwerte auf exponentielles Wachstum testen.	**<u>Differenzialgleichung (DGL)</u>** $$f'(t)=k\cdot(S-f(t))$$ Die Wachstumsgeschwindigkeit (oder …) ist proportional zur Differenz von der Schranke S und dem Bestand. Lösung der DGL: $f(t)=S-c\cdot e^{-kt}$ <u>Variante der DGL:</u> $f'(t)=a-b\cdot f(t)$ Klammert man b aus: $f'(t)=b(\frac{a}{b}-f(t))$ Steht die bekannte DGL da.
$$f(t)=120\cdot e^{0,01t}$$ Man kann ablesen: c = 120 k = 0,01 $f'(t)=0,01\cdot f(t)$	$$f(t)=500-30\cdot e^{-0,25t}$$ Man kann ablesen: S = 500 k = 0,25 $f'(t)=0,25\cdot(500-f(t))$ Anfangswert: 500 – 30 = 470
Bei radioaktivem Zerfall ist zu jedem Zeitpunkt t die Zerfallsgeschwindigkeit m'(t) proportional zur vorhandenen Masse m(t). Wie lautet die zugehörige Differenzialgleichung, wenn die Halbwertszeit des Elements 28 Jahre beträgt?	Ein Teich findet Platz für maximal 7000 Fische. Die Änderungsrate des Fischbestandes ist proportional zur Anzahl der noch Platz findenden Fische. Anfangs befanden sich 4000 Fische im Teich, nach einem Monat sind 4400 Fische vorhanden. Gib die DGL und eine Funktion, die diesen Fischbestand beschreibt, an.
Eine Nährlösung enthielt zu Beginn der Beobachtung 3000 Bakterien, nach 20 Stunden 50000. Untersuchungen ergaben, dass in diesem Zeitraum die Geschwindigkeit, mit der sich die Bakterien vermehren, proportional zur momentanen Bakterienzahl ist. a) Stelle die Differenzialgleichung auf, die dieses Wachstum beschreibt und bestimme die zugehörige Wachstumsfunktion. b) Wann enthielt die Nährlösung 18000 Bakterien? c) Berechne die Verdopplungszeit.	In einem zylinderförmigen Wasserbehälter fließt aus einer Quelle ein konstanter Wasserstrom von 150 Litern/Minute. Die Wasserentnahme wird so gesteuert, dass pro Minute jeweils 0,25% des momentan vorhandenen Wasservorrates V(t) abfließen. Zu Beginn der Beobachtung befinden sich $80m^3$ Wasser im Behälter. a) Beschreibe diesen Prozess mit einer DGL. b) Wie entwickelt sich der Wasservorrat im Behälter langfristig? c) Wann sind $65m^3$ im Behälter?